Seconde Cours : Repérage dans le plan - vecteurs

I. Repères et coordonnées

a) repérage sur une droite

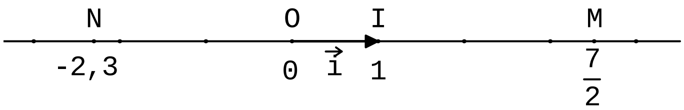
Choisir un repère sur une droite Δ, c'est se donner deux points distincts O et I de Δ, pris dans cet ordre. O est l'**origine du repère**. Posons alors $\overrightarrow{OI} = \vec{i}$.

Le vecteur $\vec{i}$ est appelé **vecteur de base**. Le repère sera noté $(O\,;\vec{i})$.

Définition : L'abscisse du point M de Δ dans le repère $(O\,;\vec{i})$ est le **réel** x tel que $\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$.

Exemple : $\overrightarrow{OM} = \frac{7}{2}\vec{i}$ signifie que M a pour abscisse $\frac{7}{2}$ dans le repère $(O\,;\vec{i})$.

N a pour abscisse -2,3 dans le repère $(O\,;\vec{i})$ signifie que $\overrightarrow{ON} = -2{,}3\,\vec{i}$.

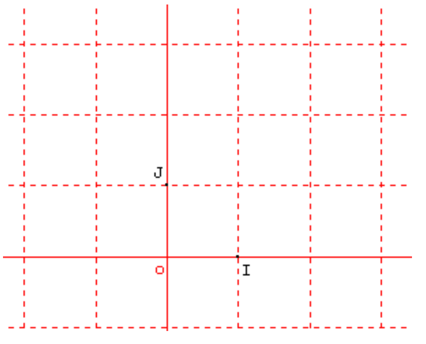


b) repérage dans le plan

Définition : (O ;I,J) est un **repère** du plan. Il est constitué d'un triplet de points non alignés.
O est appelé **origine** du repère
La droite graduée (O ;I) est l'axe des abscisses.
La droite graduée (O ;J) est l'axe des ordonnées.

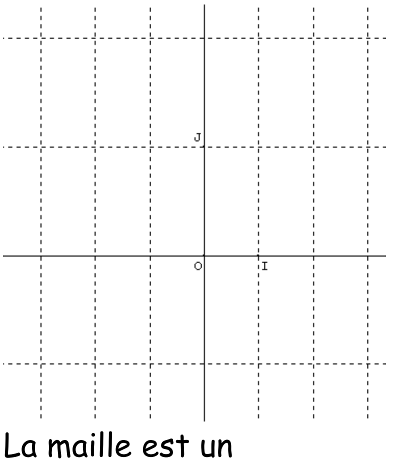
<u>3 types de repères (selon le maillage)</u> :

Repère orthonormal



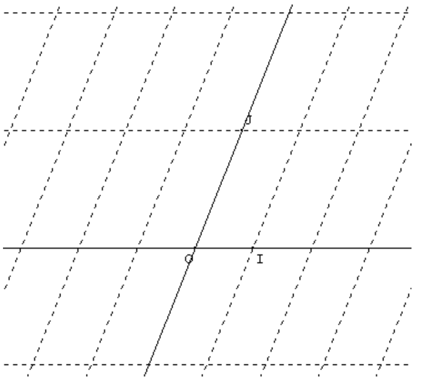
La maille est un carré.
Les axes sont perpendiculaires en O et OI = OJ.

Repère orthogonal



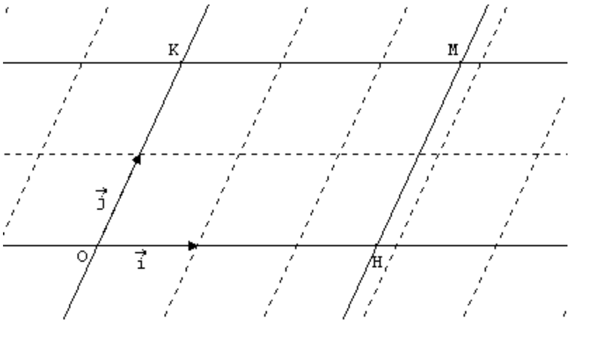
La maille est un rectangle.
Les axes sont perpendiculaires en O.

Repère quelconque



La maille est un parallélogramme

<u>Coordonnées d'un point dans un repère</u>



Soit M un point du plan muni du repère (O ;I,J).
M est repéré par un unique couple de réels (x ;y).
On dit que (x ; y) est le **couple des coordonnées** du point M dans ce repère.
x est appelé l'**abscisse** et y l'**ordonnée**.

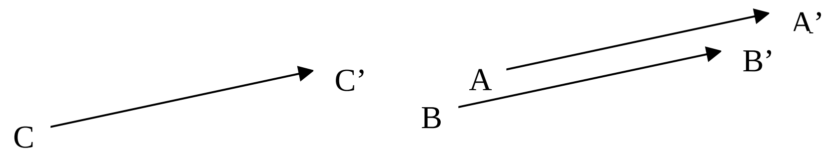
<u>Notion de dimension</u>

Sur une droite graduée munie d'un repère (O ;I), un point est repéré par un unique réel ; son abscisse.
On dit que la droite est de **dimension 1**.
Dans le plan muni d'un repère (O ;I ;J), un point est repéré par son couple de coordonnées.
On dit que le plan est de **dimension 2**.

II. Vecteurs

a) Vecteurs et translations

Définition :
Si une translation transforme A en A', B en B', C en C, on dit que les couples (A,A'), (B,B'), (C,C') définissent un même objet appelé **vecteur**.

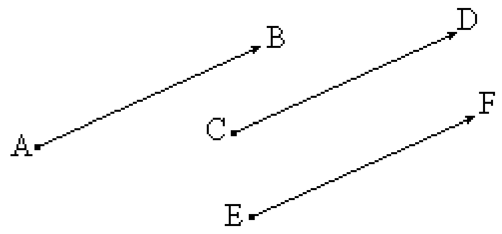


Le vecteur $\overrightarrow{AA'}$ est défini :
- par sa direction (celle de la droite (AA'))
- par sa longueur (la longueur AA')
- par son sens (de A vers A')

Remarque : A chaque translation correspond un vecteur qu'on appelle vecteur de la translation. ($\overrightarrow{AA'}$ pour la translation précédente)

b) égalité de vecteurs

Définition : On dit que deux vecteurs sont **égaux** lorsqu'ils ont même direction, même sens et même longueur.



On note $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$

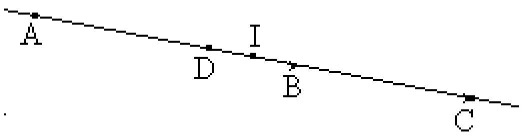
Vecteurs particuliers :

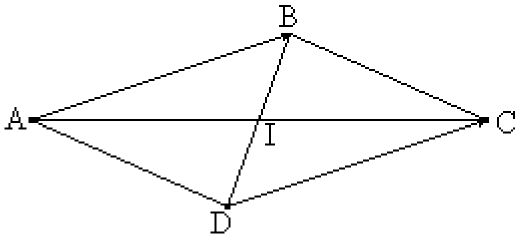
- Le vecteur **nul** $\vec{0}$: pour tout point M, $\overrightarrow{MM} = \vec{0}$
- Le vecteur **opposé** à $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur qui a la même direction, la même longueur que $\overrightarrow{AB}$ mais un sens opposé. C'est donc le vecteur $\overrightarrow{BA}$.

On note : $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

<u>Propriété :</u>

Dire que quatre points A, B, C et D sont tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ équivaut à dire que les segments [AC] et [BD] ont le même milieu.
En particulier, si les points **ne sont pas alignés**, c'est équivalent à dire que ABCD est un parallélogramme.





I est le milieu de [AC] et celui de [BD]

I est le milieu de [AC] et de [BD] et

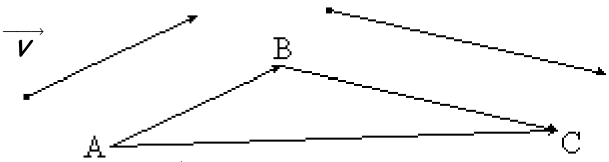
ABCD est un parallélogramme.

c) somme et différence de vecteurs

<u>Définition :</u> La **somme** de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur, noté $\vec{u} + \vec{v}$, défini ainsi :

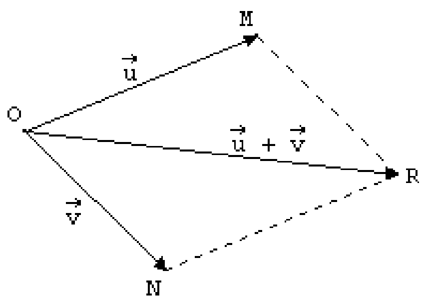
A étant un point quelconque, on place le point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, puis le point C tel que $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$;

alors $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AC}$.



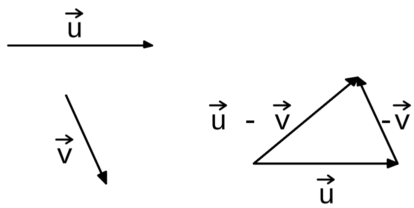
L'égalité $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ est appelée **relation de Chasles**.

<u>Remarque :</u> si $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{ON}$,
alors $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{OR}$ où OMRN est un parallélogramme.



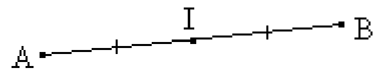
On en déduit la règle du parallélogramme :
A, B et C étant donnés,
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ équivaut à ABDC est un parallélogramme.

<u>Définition :</u> La différence du vecteur $\vec{u}$ et du vecteur $\vec{v}$ s'obtient en ajoutant au vecteur $\vec{u}$ l'opposé du vecteur $\vec{v}$:
$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$.



Milieu d'un segment :

Le milieu de [AB] est le point I tel que : $\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AI}$ ou $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

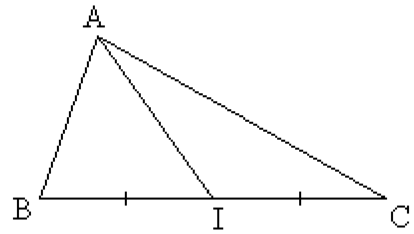


Autres traductions : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.

Exercice :

1. Démontrer que pour tous points O, A et B, $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$

2. A, B et C sont trois points ; I est le milieu de [BC].



Démontrer que $2\,\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Solution :

1. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$ d'après la relation de Chasles.

2. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IC}$ d'après la relation de Chasles

$= 2\,\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}$

Or I est le milieu de [BC], d'où $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

Donc on a bien $2\,\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

III. Multiplication d'un vecteur par un réel

a) Définition

$\vec{u}$ désigne un vecteur non nul et k un nombre réel non nul.

Le **produit du vecteur $\vec{u}$ par le réel k** est le vecteur $k\vec{u}$ tel que :

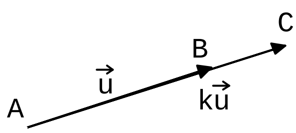
- $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont même direction

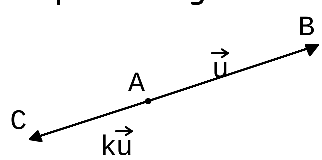
Lorsque $k > 0$

- $k\vec{u}$ a le même sens que $\vec{u}$
- la longueur de $k\vec{u}$ est le produit de k par la longueur de $\vec{u}$.

Lorsque $k < 0$

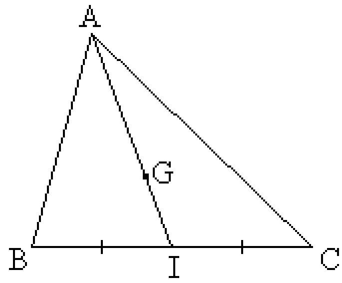
- $k\vec{u}$ est de sens opposé à celui de $\vec{u}$
- la longueur de $k\vec{u}$ est le produit de l'opposé de k par la longueur de $\vec{u}$.





Les égalités de longueur peuvent être résumées par :

$AC = |k|\,AB$.



Exemples :

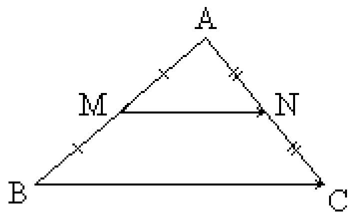
- centre de gravité d'un triangle :

Le centre de gravité du triangle ABC est le point G tel que

$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$ ou $\overrightarrow{GA} = -2\,\overrightarrow{GI}$, lorsque I est le milieu de [BC]

(c'est à dire que (AI) est la médiane issue de A).

Autres traductions : $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$; $\overrightarrow{GI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}$.



- le théorème des milieux

ABC est un triangle.

Si M est le milieu de [AB] et N celui de [AC] alors

$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

En effet : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AN}$ d'après la relation de Chasles

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ car M est le milieu de [AB] et N celui de [AC]

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ d'après la relation de Chasles

b) règles de calcul

Propriétés :

- $k\vec{u} = \vec{0}$ équivaut à $k = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$
- Pour tous réels k, k' et tous vecteurs $\vec{u}, \vec{v}$:

$k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$ $\qquad$ $k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$

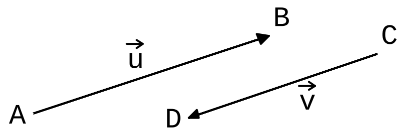
$(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$ $\qquad$ $1 .\vec{u} = \vec{u}$

Exemples :

- $2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AB} = (2 + 3)\overrightarrow{AB} = 5\overrightarrow{AB}$
- $-3 \times \left(\frac{2}{3}\vec{u}\right) = \left(-3 \times \frac{2}{3}\right)\vec{u} = -2\vec{u}$
- $3\,\overrightarrow{AM}=\vec{0}$ équivaut à $\overrightarrow{AM}=\vec{0}$, c'est à dire A = M.

IV. Colinéarité de deux vecteurs

a) vecteurs colinéaires



Définition : Dire que deux vecteurs non nuls $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{CD}$ sont **colinéaires** signifie qu'ils ont la même direction.

Cela signifie que les droites (AB) et (CD) sont parallèles ou confondues.

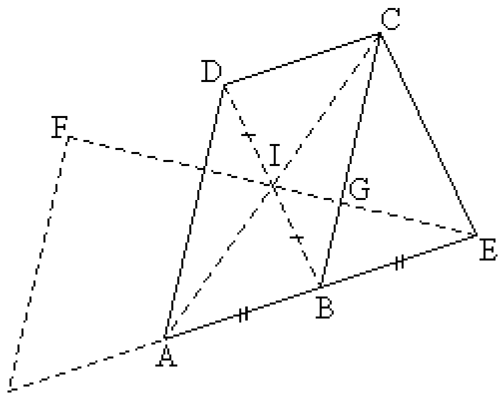
Propriété : Dire que les vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires équivaut à dire qu'il existe un nombre réel k non nul tel que $\vec{v} = k\,\vec{u}$.

Remarque : Par convention, on dit que le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur $\vec{u}$.

b) parallélisme et alignement

- Dire que les droites (AB) et (CD) sont **parallèles** équivaut à dire qu'il existe un nombre réel k non nul tel que $\overrightarrow{CD} = k\,\overrightarrow{AB}$.
- Dire que les points distincts A, B et C sont **alignés** équivaut à dire qu'il existe un nombre réel k non nul tel que $\overrightarrow{AB} = k\,\overrightarrow{AC}$.

Exercice 1 :



Dans la figure ci-contre :
ABCD est un parallélogramme de centre I,
B est le milieu du segment [AE],
G est le centre de gravité du triangle ACE, et
$\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}$.

Déterminer les relations reliant $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CG}$ et $\overrightarrow{CB}$, puis $\overrightarrow{EI}$ et $\overrightarrow{EG}$.

Calculer $\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IF}$, puis montrer que E, G et F sont alignés.

Solution :

$\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB}$ car B est le milieu de [AE]

$= 2\overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{CD}$ car ABCD est un parallélogramme.

$\overrightarrow{CG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ car G est le centre de gravité du triangle ACE.

$\overrightarrow{EG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EI}$ car G est le centre de gravité du triangle ACE, donc $\overrightarrow{EI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{EG}$.

$\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IF} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BF}$ d'après la relation de Chasles

$= 2\,\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BE} + 2\,\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}$

$= 2(\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BA}) + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ($\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB}$ car B est le milieu de [AE])

$= 2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC}$ ($\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ car ABCD est un parallélogramme)

$= \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0}$ ($2\,\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{CA}$ car I est le milieu de [AC])

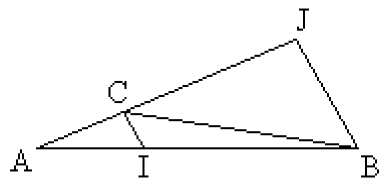
On en déduit que I est le milieu de [EF].

On a alors $\overrightarrow{EF} = 2\,\overrightarrow{EI}$ et de plus $\overrightarrow{EI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{EG}$ donc $\overrightarrow{EF} = 3\,\overrightarrow{EG}$ et les points E, F et G sont alignés.

<u>Exercice 2 :</u>

ABC est un triangle, les points I et J sont tels que

$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = 3\,\overrightarrow{AC}$



1. Exprimer $\overrightarrow{IC}$ et $\overrightarrow{BJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

2. En déduire que les droites (IC) et (BJ) sont parallèles.

<u>Solution :</u>

1. $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC}$ d'après la relation de Chasles

$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AJ}$ d'après la relation de Chasles

$\overrightarrow{BJ} = -\overrightarrow{AB} + 3\,\overrightarrow{AC}$

2. D'après les égalités précédentes, on obtient : $\overrightarrow{BJ} = 3\,\overrightarrow{IC}$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{BJ}$ et $\overrightarrow{IC}$ sont colinéaires et les droites (BJ) et (IC) sont parallèles.

V. <u>Coordonnées de vecteurs</u>

Dans ce paragraphe, un repère (O ;I,J) du plan est fixé.

On note $\vec{i} = \overrightarrow{OI}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{OJ}$.

Le repère (O,I,J) se note aussi $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

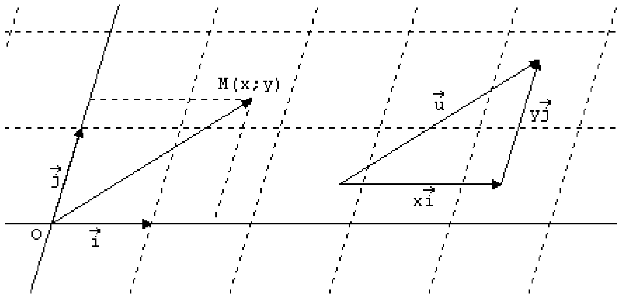
a) <u>Généralités</u>

$\vec{u}$ est un vecteur donné ; M est le point tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$.

Notons $(x ; y)$ les coordonnées du point M.

Alors $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$. Donc $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

Ainsi tout vecteur du plan peut s'écrire sous la forme : $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.



Définition : Dire que le vecteur $\vec{u}$ a pour **coordonnées** $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ signifie que $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$. On note $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Propriété : Dire que les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont **égaux** équivaut à dire que leurs coordonnées respectives sont égales: $x = x'$ et $y = y'$.

b) règles de calcul sur les coordonnées

Propriétés : $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont deux vecteurs et k est un réel quelconque,

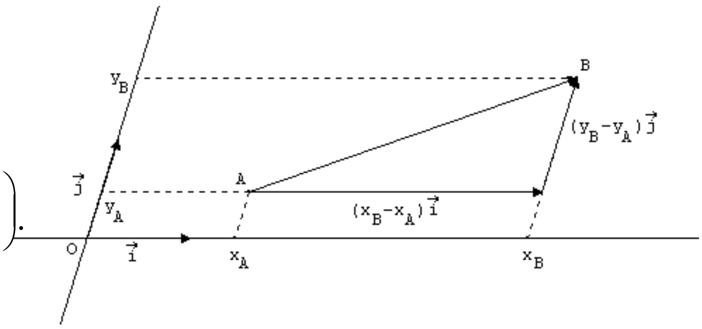
- Le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$;
- Le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.

En effet $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ et $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$, on a alors $\vec{u} + \vec{v} = (x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}$.

Calcul des coordonnées de $\overrightarrow{AB}$:

A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) sont deux points.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.



Démonstration :

D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$

et $\overrightarrow{AO} = -\overrightarrow{OA}$. De plus $\overrightarrow{OA} = x_A\vec{i} + y_A\vec{j}$

et $\overrightarrow{OB} = x_B\vec{i} + y_B\vec{j}$. On obtient alors $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$.

Exercice : Dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, on donne le point A(-1 ; 2) et le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

La translation de vecteur $\vec{u}$ transforme A en B.
Calculer les coordonnées de B.

Solution : On note $(x_B ; y_B)$ les coordonnées du point B.
La translation de vecteur $\vec{u}$ transforme A en B signifie que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$. Les coordonnées de ces deux vecteurs sont donc égales.
On en déduit : $x_B - (-1) = 3$ et $y_B - 2 = -1$
d'où $x_B = 2$ et $y_B = 1$ Donc B(2 ; 1).

Coordonnées du milieu d'un segment

Soient $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ deux points du plan muni d'un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, alors le milieu I du segment [AB] a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2} ; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$.

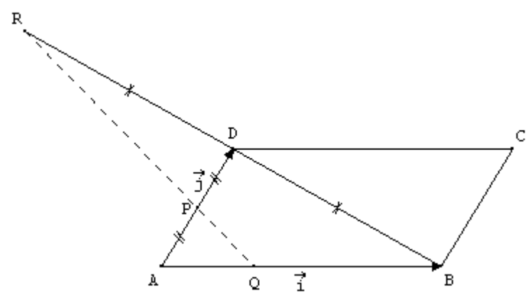
En effet, I est le milieu de [AB] se traduit par $\overrightarrow{AI} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

et $\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix} x_I - x_A \\ y_I - y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

On obtient alors les égalités : $x_I - x_A = \dfrac{1}{2}(x_B - x_A)$ d'où $x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2}$

et $y_I - y_A = \dfrac{1}{2}(y_B - y_A)$ d'où $y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2}$.

Exercice : Dans la figure ci-contre : ABCD est un
parallélogramme, le point P est le milieu du segment
[AD], le point R est le symétrique de B par rapport à D
et le point Q est tel que $\overrightarrow{AQ} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.



On veut montrer que les points P, Q et R sont alignés.

Solution : On pose $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{AD}$
Dans le repère $(A ; \vec{i}, \vec{j})$, B(1 ; 0), D(0 ; 1), Q($\dfrac{1}{3}$; 0) car $\overrightarrow{AQ} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

et P(0 ; $\dfrac{1}{2}$) car P est le milieu de [AD].

$R(x_R ; y_R)$ est le symétrique de B par rapport à D, D est alors le milieu de [BR].

On obtient alors $x_D = \dfrac{x_B + x_R}{2}$ et $y_D = \dfrac{y_B + y_R}{2}$.

D'où $2x_D = x_B + x_R$ c'est à dire $0 = 1 + x_R$ et $x_R = -1$

$2y_D = y_B + y_R$ c'est à dire $2 = 0 + y_R$ et $y_R = 2$ donc R(-1 ; 2).

On obtient alors $\overrightarrow{QP}\begin{pmatrix} x_P - x_Q \\ y_P - y_Q \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{QP}\begin{pmatrix} 0 - \dfrac{1}{3} \\ \dfrac{1}{2} - 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{QP}\begin{pmatrix} -\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{1}{2} \end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{QR}\begin{pmatrix} x_R - x_Q \\ y_R - y_Q \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{QR}\begin{pmatrix} -1 - \dfrac{1}{3} \\ 2 - 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{QR}\begin{pmatrix} -\dfrac{4}{3} \\ 2 \end{pmatrix}$ On a alors $\overrightarrow{QR} = 4\overrightarrow{QP}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{QR}$ et $\overrightarrow{QP}$ sont colinéaires, donc les points Q, P et R sont alignés.

c) condition de colinéarité

Propriété : Dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ fixé, dire que les vecteurs non nuls $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont **colinéaires** équivaut à dire que $xy' - x'y = 0$.

Exemples :

- si $\vec{u}\begin{pmatrix} \dfrac{1}{3} \\ -\dfrac{1}{2} \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} \dfrac{2}{5} \\ -\dfrac{3}{5} \end{pmatrix}$, alors $xy' - x'y = \dfrac{1}{3} \times \left(-\dfrac{3}{5}\right) - \dfrac{2}{5} \times \left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{5} = 0$

Donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

- si $\vec{u}\begin{pmatrix} -\dfrac{2}{15} \\ \dfrac{2}{5} \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -\dfrac{4}{3} \\ 5 \end{pmatrix}$, alors $xy' - x'y = -\dfrac{2}{15} \times 5 - \left(-\dfrac{4}{3}\right) \times \dfrac{2}{5} = -\dfrac{10}{15} + \dfrac{8}{15} = -\dfrac{2}{15} \neq 0$

Donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

Exercice : Le plan est muni d'un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On considère les points A(-2 ; 3), B(4 ; -1) et C(1 ; 4).
Déterminer les points D(4 ; y) et M(x ; 2) tels que :
ABCD est un trapèze, de bases parallèles [AB] et [CD], et M est un point de la droite (AB).

Solution : • (AB) et (CD) sont parallèles signifie que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 - (-2) \\ -1 - 3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 4 - 1 \\ y - 4 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 3 \\ y - 4 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires signifie que $6 \times (y - 4) - 3 \times (-4) = 0$

$6y - 12 = 0$

Donc $y = 2$ et D(4 ; 2).

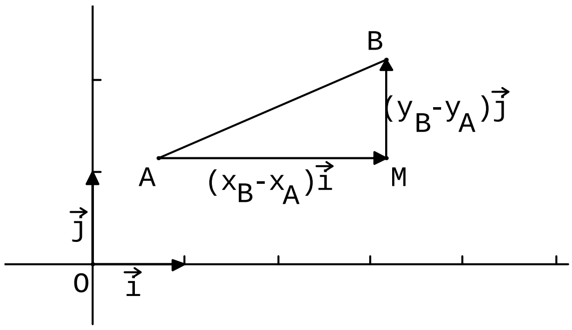
• M est un point de (AB) signifie que les points M, A et B sont alignés et donc que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - (-2) \\ 2 - 3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x + 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires se traduit par :

$6 \times (-1) - (-4) \times (x + 2) = 0$

$2 + 4x = 0$ donc $x = -\dfrac{1}{2}$ et M($-\dfrac{1}{2}$; 2).



d) Distance entre deux points

Propriété : A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) sont deux points d'un **repère orthonormal** (O ; $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$).

La distance de A à B est donnée par :

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$