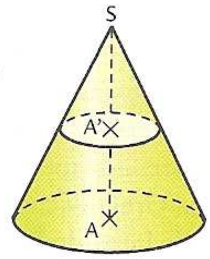
$3^{ème}$ A IE9 : géométrie dans l'espace 2010-2011 sujet 1

Exercice 1 (4 points)
On considère un cylindre dont la hauteur et le diamètre mesure 8 cm et une boule de diamètre 8 cm.

a) Déterminer par le calcul le solide qui a le plus grand volume.
b) Calculer la valeur exacte de l'aire de la sphère de diamètre 8 cm.

Exercice 2 (4 points)
Sur la figure ci-contre on a un cône de révolution tel que SA = 12 cm. Un plan parallèle à la base coupe ce cône tel que SA' = 3 cm.
La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.



a) Le rayon du disque de base du grand cône est de 7 cm.
   Calculer la valeur exacte du volume du grand cône.
b) Calculer la valeur exacte du volume du petit cône.

Exercice 3 (2 points)
On sectionne une sphère de centre O et de rayon 4 cm par un plan et on constate que le rayon du cercle de section est de 2 cm.

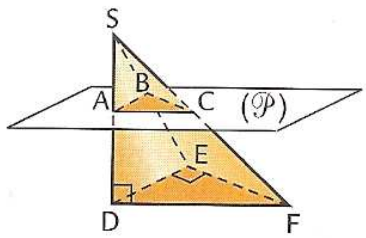
a) Représenter cette situation en perspective.
b) Calculer la distance OH du centre O au plan de section.

$3^{ème}$ A IE9 : géométrie dans l'espace 2010-2011 sujet 2

Exercice 1 (4 points)
On considère un cylindre dont la hauteur et le diamètre mesure 4 cm et une boule de diamètre 4 cm.

a) Déterminer par le calcul le solide qui a le plus grand volume.
b) Calculer la valeur exacte de l'aire de la sphère de diamètre 4 cm.

Exercice 2 (4 points)
SEDF est une pyramide de hauteur [SD] et qui a pour base un triangle rectangle en E tel que : DE = 1,8 cm et EF = 2,4 cm.
On sectionne la pyramide par un plan parallèle à la base passant par le point A de [SD] tel que : SA = 2,4 cm et AD = 4,8 cm.



a) Calculer DF.
b) Quelle la nature de la section ?
   Calculer ses dimensions.
c) Calculer le volume de la pyramide SABC.

Exercice 3 (2 points)
On sectionne une sphère de centre O par un plan.
Soit H le centre du cercle de section et A un point de ce cercle.

a) Représenter cette situation en perspective.
b) Sachant que OH = 5 cm et AH = 12 cm, calculer le rayon de la sphère.

CORRECTION

Exercice 1 (4 points)

On considère un cylindre dont la hauteur et le diamètre mesure 8 cm et une boule de diamètre 8 cm.

a) Déterminer par le calcul le solide qui a le plus grand volume.
b) Calculer la valeur exacte de l'aire de la sphère de diamètre 8 cm.

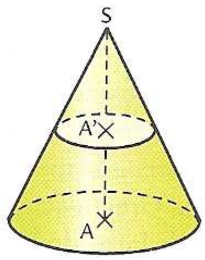
a) $V_{cylindre} = \pi \times R^2 \times h = \pi \times 4^2 \times 8 = 128\pi \text{ cm}^3$

$V_{boule} = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 4^3 = \frac{256}{3}\pi \text{ cm}^3$

$128 > \frac{256}{3}$; donc $V_{cylindre} > V_{boule}$

b) $A_{sphère} = 4 \times \pi \times R^2 = 4 \times \pi \times 4^2 = 64\pi \text{ cm}^2$

Exercice 2 (4 points)



Sur la figure ci-contre on a un cône de révolution tel que SA = 12 cm. Un plan parallèle à la base coupe ce cône tel que SA' = 3 cm.
La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.

a) Le rayon du disque de base du grand cône est de 7 cm.
Calculer la valeur exacte du volume du grand cône.
b) Calculer la valeur exacte du volume du petit cône.

a) $V_1 = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 7^2 \times 12 = 196\pi \text{ cm}^3$

b) Le rapport de réduction est $k = \frac{SA'}{SA} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Le volume du petit cône est donc $V_2 = V_1 \times k^3 = \frac{1}{64} \times 196 \times \pi = \frac{49}{16} \times \pi \text{ cm}^3$

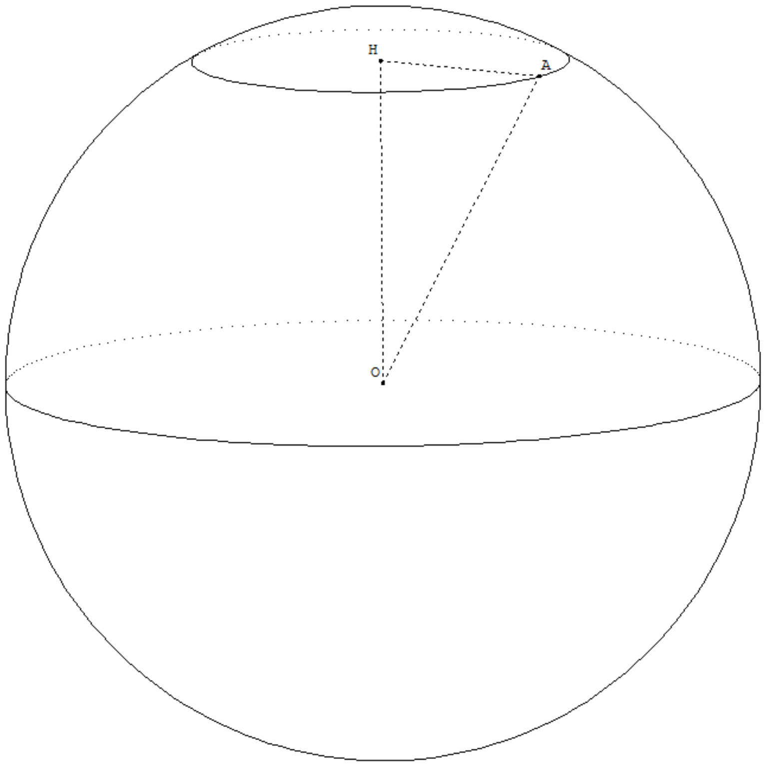
CORRECTION

Exercice 3 (2 points)

On sectionne une sphère de centre O et de rayon 4 cm par un plan et on constate que le rayon du cercle de section est de 2 cm.

a) Représenter cette situation en perspective.
b) Calculer la distance OH du centre O au plan de section.

a)



b) Le triangle OHA est rectangle en H.
D'après le théorème de Pythagore, on a : $OA^2 = OH^2 + AH^2$
Donc $OH^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$
Donc $OH = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

CORRECTION

Exercice 1 (4 points)

On considère un cylindre dont la hauteur et le diamètre mesure 4 cm et une boule de diamètre 4 cm.

a) Déterminer par le calcul le solide qui a le plus grand volume.

b) Calculer la valeur exacte de l'aire de la sphère de diamètre 4 cm.

a) $V_{cylindre} = \pi \times R^2 \times h = \pi \times 2^2 \times 4 = 16\pi \text{ cm}^3$

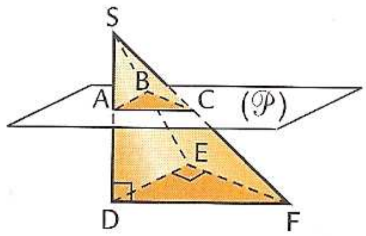
$V_{boule} = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 2^3 = \frac{32}{3}\pi \text{ cm}^3$

$16 > \frac{32}{3}$; donc $V_{cylindre} > V_{boule}$

b) $A_{sphère} = 4 \times \pi \times R^2 = 4 \times \pi \times 2^2 = 16\pi \text{ cm}^2$

Exercice 2 (4 points)

SEDF est une pyramide de hauteur [SD] et qui a pour base un triangle rectangle en E tel que : DE = 1,8 cm et EF = 2,4 cm.
On sectionne la pyramide par un plan parallèle à la base passant par le point A de [SD] tel que : SA = 2,4 cm et AD = 4,8 cm.



a) Calculer DF.

b) Quelle la nature de la section ?
Calculer ses dimensions.

c) Calculer le volume de la pyramide SABC.

a) On applique le théorème de Pythagore dans le triangle DEF rectangle en E :
$DF^2 = DE^2 + EF^2 = 1{,}8^2 + 2{,}4^2 = 9 = 3^2$
Donc DF = 3 cm.

b) La section est un triangle rectangle en B.

Le rapport de réduction est $k = \frac{SA}{SD} = \frac{2{,}4}{2{,}4 + 4{,}8} = \frac{2{,}4}{7{,}2} = \frac{1}{3}$

Donc $AB = k \times DE = \frac{1{,}8}{3} = 0{,}6$ cm

$BC = k \times EF = \frac{2{,}4}{3} = 0{,}8$ cm

$AC = \frac{DF}{3} = 1$ cm

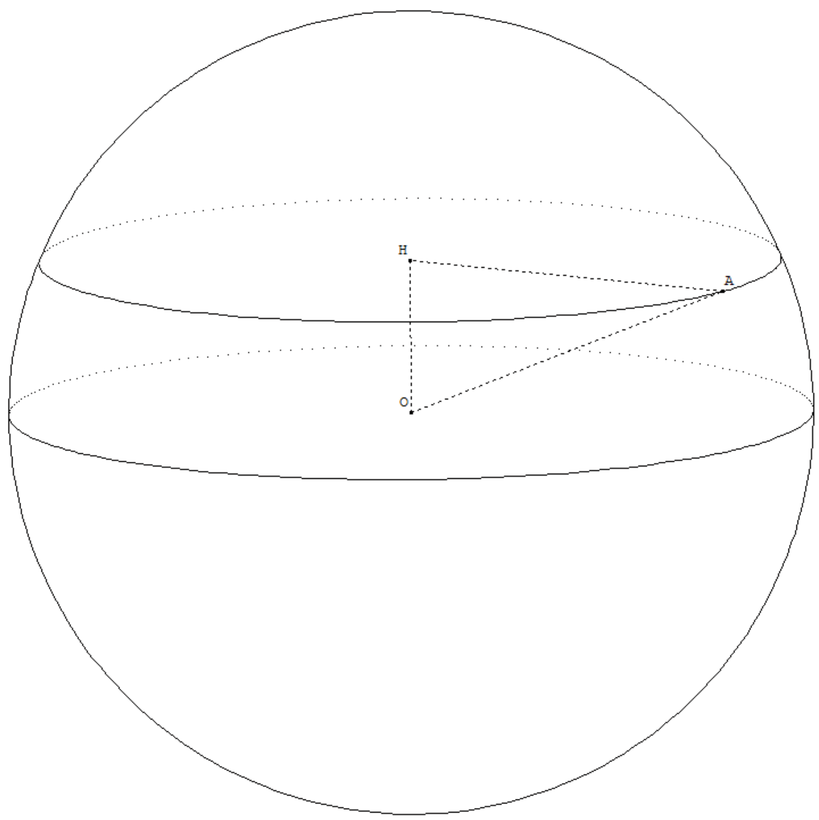
c) $V_{SABC} = \frac{1}{3} \times \frac{AB \times BC}{2} = \frac{0{,}6 \times 0{,}8}{6} = 0{,}08 \text{ cm}^3$

CORRECTION

Exercice 3 (2 points)
On sectionne une sphère de centre O par un plan.
Soit H le centre du cercle de section et A un point de ce cercle.

a) Représenter cette situation en perspective.
b) Sachant que OH = 5 cm et AH = 12 cm, calculer le rayon de la sphère.

a)



b) Le triangle OAH est rectangle en H.
D'après le théorème de Pythagore, on a : $OA^2 = OH^2 + AH^2$
Donc $OA^2 = 5^2 + 12^2 = 169 = 13^2$
Donc OA = 13 cm
Le rayon de la sphère est égal à 13 cm.